

# A mérési bizonytalanságról

## About measurement uncertainty

Drégelyi-Kiss Ágota

\* Óbudai Egyetem, Bánki Donát Gépész és Biztonságtechnikai Kar, Budapest, Magyarország

[dregelyi.agota@bgk.uni-obuda.hu](mailto:dregelyi.agota@bgk.uni-obuda.hu)

**Összefoglalás** — A mérések és mértékegységek igénye az emberi civilizáció kialakulásával egyidős, és jelentős fejlődésen ment keresztül a kereskedelem hatására. A metrológia, mint a mérés tudománya, magában foglalja a mérésekkel kapcsolatos elméleti és gyakorlati szempontokat, figyelembe véve a mérési hibákat és bizonytalanságokat. A tanulmány célja a metrológiai fogalmak és a mérési bizonytalanság legfrissebb nemzetközi előírásainak részletezése, valamint a mérési modellek kidolgozásának hangsúlyozása.

**Kulcsszavak:** mérési hiba, mérési modell, bizonytalanság

**Abstract** — The need for measurements and units of measurement is as old as the emergence of human civilisation and has evolved significantly under the influence of trade. Metrology, as the science of measurement, encompasses the theoretical and practical aspects of measurement, taking into account measurement errors and uncertainties. The aim of this paper is to provide details of the latest international guidelines on metrological concepts and measurement uncertainties, and to emphasise the development of measurement models.

**Keywords:** measurement error, measurement model, uncertainty

### 1 BEVEZETÉS

A mértékek és mértékegységek igénye és létrejötte majdnem egyidős az emberi civilizáció kialakulásával. Tulajdonképpen a mérés fogalma a számfogalom kialakulásával párhuzamosan keletkezett. Az emberi civilizáció történetében a mérések és mértékek tekintetében az igazán nagy fejlődéseket mindig a kereskedelmi tevékenységek indukálták. A történelem során a nagy civilizációs kultúrákban mindenhol fellelhetők a mértékegységek nyomai. Ugyanis az uralkodó csoportok ezen kultúrákban felismerték, hogy milyen fontos az egyes termékek és élelmiszer alapanyagok mennyiségének (súly- és űrmértékek), geometriai formák nagyságának (hosszúság mértékek) és földterületek nagyságának (területmértékek) egységes, összehasonlítható és a közösség által elfogadott („hiteles”) mérése. Nagyon fontos megemlíteni, hogy ezen korszakokban a mérések „hitelességét” természetesen csak erkölcsi alapokon volt lehetséges biztosítani. Műszaki vagy tudományos értelemben vett „hitelességet” csak a XIX. század második felétől van értelme említeni.

A metrológia (metron - mérték, logos - ész, értelem) a mérés tudománya. A metrológia a mérésekkel kapcsolatos minden elméleti és gyakorlati szempontot magába foglalja, bármekkora legyen is a mérés bizonytalansága, és a tudomány vagy a technológia bármely területén is végezzék

azokat. A metrológia alkalmazott tudomány, mely a kvantitatív ismeretszerzési folyamatok tervezéséhez, végrehajtásához és az eredmények értékeléséhez nyújt ismereteket [1].

A mérés során más mennyiségek is jelen vannak, melyek befolyásolják a mérés eredményét. A befolyásoló mennyiség a mérendő mennyiségtől különböző olyan mennyiség, amely hatással van a mérési eredményre (pl.: hőmérséklet, rezgés stb.). A zavaró mennyiség olyan befolyásoló mennyiség, melynek hatása nem ismert. A kétfajta hatás között az az alapvető eltérés, hogy a befolyásoló mennyiség mérési eredményre gyakorolt hatását ismerjük (fizikai összefüggéssel leírható), ez a hatás korrigálható, míg a zavaró mennyiség befolyásolja a mérési eredményt, de ennek mértéke nem ismert.

A tapasztalat igazolja, hogy az ismételt mérések eredményei általában nem egyezők. A mérőeszköz működése, a környezet, a mérőszemély előre nem meghatározható módon, de befolyással van az eredményre. Ez a véletlen hibából adódóan okozza az eltéréseket, melyek csökkenthetők a mérések számának növelésével.

Az etalon adott mennyiség definíciójának referenciaként használt megvalósítása. Fontos tulajdonsága, hogy ismert a mennyiségértéke és a mérési bizonytalansága.

Nemzetközi, nemzeti és természetesen vevői igény, hogy a mérési eredmények megbízhatók és összehasonlíthatók legyenek. A vizsgáló- és kalibrálólaboratóriumok működésének feltétele többek között az etalonok metrológiai visszavezethetőségének igazolása, de vállalati kalibrálás esetén is szükséges az etalonok egy pontosabb etalonnal történő összehasonlításának igazolása. A metrológiai visszavezetethez egy mérési eredménynek az a tulajdonsága, hogy az eredmény egy referenciához tartozik a kalibrálások dokumentált, megszakítatlan láncolatán keresztül, melyek mindegyike hozzájárul a mérési bizonytalansághoz. [1].

A mérési eredmények mindegyikét meghamisítja egy nem tökéletes mérési módszer, mérőberendezés vagy etalon, a környezet behatásai, a mérést végző személy szubjektív adottságai és más, többféle általunk nem ismert, de jelenlévő véletlen hatás. Emiatt a mérendő mennyiség „valódi” értéke és a mért érték között mindig van eltérés. (A fizikai állandók esetén a mennyiség úgy tekinthető, hogy egyetlen valódi mennyiségértéke van.) A valódi érték kísérletileg nem állapítható meg, de kétségtelenül létezik. A valódi értéket nem ismerhetjük meg, csak törekszünk annak legjobb becslésére, a referenciának tekinthető érték meghatározására. A becslés az elméleti jellemzők adott eljárással, módszerrel történő közelítése (korlátozott pontosságú meghatározása) az ismert véges számú és véges

pontosságú adatból. Általánosan referenciaértéknek (reference value) nevezzük a mért mennyiségértéket, amelyet valamely összehasonlítás alapjául kívánjuk használni. A referenciaérték lehet a mérendő mennyiség valódi értéke, és abban az esetben, amikor ezen érték nem ismert, az elfogadott értéke.

A mérési pontosság (accuracy) azt mutatja meg, hogy mennyire egyezik meg a mért mennyiségérték a mérendő mennyiség valódi értékével. A mérési hiba (error) a mért mennyiségérték és a referenciaérték különbsége:

$$H_i = x_i - x_{ref}$$

ahol:  $H_i$  - a mérési hiba;  $x_i$  - a mért érték;  $x_{ref}$  - a referenciaérték.

A mérések precizitását (precision) a véletlen hibák jellemzik. A véletlen hibák változó hatást mutatnak, a hibaokok időben és térben véletlenszerűen jelentkeznek, tehát nagyságuk és előjelük előre nem ismert módon változik, ezért hatásuk csak bizonytalanságként írható le. A véletlen hibák valószínűségi változók, értékelésükre a valószínűség számítás módszerei alkalmasak. Jellemezhetők egy olyan hibatartománnyal (sávval), mely tartalmazza adott valószínűséggel a mérendő mennyiség valódi értékét.

A bizonytalanság (uncertainty) a mérési eredmény minőségének mennyiségi mértéke, lehetővé teszi a mérési eredmény összehasonlíthatóságát más eredményekkel, referenciákkal, műszaki jellemzőkkel vagy szabványokkal. Minden mérés hibával terhelt, ezért a mérési eredmény eltér a mérendő mennyiség valódi értékétől.

Megfelelő idő és erőforrások esetén a mérési hiba legtöbb forrása felderíthető, meghatározható és korrigálható (például kalibrálások által). A mérési bizonytalanságot különböző módon lehet meghatározni. Széles körben használt és elfogadott módszer a „GUM-módszer” [2]. A GUM-módszer lényege, hogy minden jelentős hatást a megfelelő módon figyelembe kell venni.

A különböző helyeken készült alkatrészek szerelhetősége, a különböző laboratóriumok vizsgálati eredményeinek hitelessége, a jogi természetű, méréssel igazolható döntések igazságossága, és sok más helyzet mind azt igénylik, hogy pontos képet kapjunk arról a tartományról, amelyen belül a valódi érték adott valószínűséggel megtalálható. Ezért szükséges, hogy megismerjünk egy elfogadott eljárást az eredmény minőségének jellemzésére, vagyis a mért mennyiségérték „bizonytalanságának” kifejezésére és kiértékelésére. Ez a módszer célszerűen használható mindenfajta mérésnél, független, közvetlenül leszármaztatható, felhasználható másik mérés bizonytalanságának kiértékelésénél.

A szerző az Óbudai Egyetem Bánki Karán 2018-ban indult metrológus szakmérnök/szakember képzés egyik alapítója és szakfelelőse. A képzésünk során a különféle laborokból, ipari területről érkező hallgatók számára oktatjuk a legfrissebb metrológiai útmutatókat, előírásokat. Fontosnak tartjuk kollégáimmal, hogy a fizikai, kémiai és biológiai mennyiségek mérése során alkalmazott metrológiai kifejezések használata minél egységesebbé váljon Magyarországon. A tanulmány célja, hogy a metrológiai fogalmakkal és a mérési bizonytalansággal kapcsolatos legfrissebb nemzetközi előírásokat részletezze, felhívja a figyelmet a mérési modell készítésének fontosságára, majd egy esettanulmányon keresztül bemutassa a modellalkotás menetét.

## 2 METROLÓGIAI DEFINÍCIÓK

A mérésekkel kapcsolatos meghatározások a Nemzetközi Metrológiai Szótárban (VIM, International Vocabulary of Metrology) találhatóak. A VIM egy széles körben elismert dokumentum, amely a mérésekkel kapcsolatos szabványosított terminológiát tartalmazza. A VIM-et a Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM) dolgozta ki, és célja, hogy harmonizálja a mérés technikában használt nyelvezetet a különböző iparágakban és területeken. A VIM olyan kulcsfogalmakat határoz meg, mint a mértékegységek, a pontosság, a bizonytalanság, a kalibrálás és más fontos kifejezések a mérés tudományban. A tudományos, ipari és szabályozási területeken dolgozó szakemberek számára elengedhetetlen az egyértelmű kommunikáció biztosítása érdekében.

2024-ben a VIM 3. kiadása van érvényben, amelyet először 2008-ban, majd kisebb helyesbítéseket követően 2012-ben publikáltak. A szakkifejezések minden területen érvényes meghatározásai azt a célt szolgálják, hogy függetlenül az alkalmazási területről (orvosi laborvizsgálatok vagy villamos mennyiségek mérése) egységes nyelvezetet használjunk mi, metrológiában dolgozó szakemberek. A hivatalos magyar nyelvű fordítás 2018-ban jelent meg az Akkreditált Szervezetek Klasztere (ASZEK) és tagjainak jóvoltából [3].

A nemzetközi bizottság, a JCGM dolgozik a Nemzetközi Metrológiai Szótár 4. kiadásán (VIM4), amelyet várhatóan a jövő év folyamán tesz közzé. A VIM4 számos fontos frissítést tartalmaz, hogy lépést tartson a metrológia fejlődő területével. Az egyik legfontosabb változás az új kifejezések és fogalmak felvétele, különösen az olyan újonnan megjelenő területeken, mint a digitális mérés és a kvantummetrológia, amelyek a technológiai fejlődés miatt egyre fontosabbak. Ezek az új kifejezések biztosítják, hogy a szótár lefedje a digitális és kvantumtechnológiákra támaszkodó modern mérőrendszereket. A VIM4 például olyan kifejezéseket tartalmaz, amelyek a szoftveralapú mérőrendszerek metrológiai visszavezethetőségének pontosságával és megbízhatóságával foglalkoznak, ami egyre nagyobb gondot jelent, mivel a digitális rendszerek egyre inkább a metrológia szerves részévé válnak.

Az új kifejezések mellett a VIM4 a meglévő kifejezések tisztázását és felülvizsgálatát is tartalmazza. Pontosítják az olyan kulcsfontosságú fogalmakat, mint a mérési bizonytalanság és a kalibrálás, hogy egyértelműbb definíciókat kínáljanak és kiküszöböljék a kétértelműségeket. Például a bizonytalanság fogalma kibővült, hogy jobban megragadja a különböző típusú mérőrendszerekben való alkalmazását, különösen az összetett, automatizált környezetekben. A kalibrálás definíciója kissé finomításra került, hogy hangsúlyozza annak kritikus szerepét mind az analóg, mind a digitális rendszerekben, tükrözve az alkalmazások szélesebb körét, amelyekre ma már kiterjed.

A VIM4 nagyobb hangsúlyt fektet a metrológia gyakorlati alkalmazására a modern ipari és tudományos környezetben. A szótár mostantól több példát és esettanulmányt tartalmaz, amelyek a mai mérési kihívások szempontjából relevánsak. Ez a gyakorlati fókusz biztosítja, hogy a terminológia ne csak tudományos szempontból legyen pontos, hanem releváns legyen azok számára is, akik olyan területeken dolgoznak, mint a gyártás, az egészségügy és az informatika, ahol a pontosság és a metrológiai visszavezethetőség kritikus fontosságú. A

mérőrendszerekkel kapcsolatos kifejezéseket például úgy dolgozták át, hogy azok egyértelműen magukban foglalják mind a hagyományos analóg műszereket, mind a modern digitális eszközöket.

A VIM4 másik jelentős változása a nemzetközi szabványokkal, a Nemzetközi Szabványügyi Szervezet (ISO) által kiadott szabványokkal való harmonizációra irányuló törekvés. Ez a harmonizáció biztosítja, hogy a metrológiai kifejezések a különböző szabványokban egységesek legyenek, megkönnyítve a globális kommunikációt és együttműködést azokon a területeken, amelyek nagymértékben támaszkodnak a mérésekre. A VIM4 ISO-szabványokhoz való igazodása segít a szabályozási folyamatok és a minőségbiztosítás egyszerűsítésében is azokban az iparágakban, ahol a nemzetközi szabványok kulcsfontosságúak.

### 3 ÚTMUTATÓ A MÉRÉSI BIZONYTALANSÁG MEGHATÁROZÁSÁHOZ

Az Útmutató a mérési bizonytalanság meghatározásához (GUM, Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement) egy, a JCGM által először 1995-ben kidolgozott dokumentum (GUM 1995, [4]), amely iránymutatást ad a mérési bizonytalanság értékeléséhez. Elsődleges célja a mérési bizonytalanság kiszámításának, dokumentálásának és közzétételének szabványosítása, biztosítva, hogy az eredmények összehasonlíthatók és megbízhatók legyenek a különböző területeken és intézményekben. A GUM kisebb korrekciókat követve 2008-ban került publikálásra JCGM 100:2008 [2] néven, amely jelenleg is érvényes.

A JCGM GUM szakbizottsága folyamatosan fejleszti és dolgozza ki a mérési bizonytalanság értékelésével kapcsolatos útmutatókat. A könnyebb hivatkozások végett egyszerűsített elnevezéseket vezetett be a [8] 1. mellékletében. Jelenlegi és a tervezett (\*) GUM dokumentumok a következő elnevezéseket kapják:

GUM-1 Guide to the expression of uncertainty in measurement—  
Part 1: Introduction

\*GUM-2 Guide to the expression of uncertainty in measurement—  
Part 2: Concepts

GUM-3 Guide to the expression of uncertainty in measurement—  
Part 3: GUM:1995 with minor corrections

GUM-4 Guide to the expression of uncertainty in measurement—  
Part 4: The role of measurement uncertainty in conformity assessment

GUM-5 Guide to the expression of uncertainty in measurement—  
Part 5: Examples

GUM-6 Guide to the expression of uncertainty in measurement—  
Part 6: Developing and using measurement models

GUM-7 Guide to the expression of uncertainty in measurement—  
Part 7: Propagation of distributions using a Monte Carlo method

GUM-8 Guide to the expression of uncertainty in measurement—  
Part 8: Extension to any number of output quantities

\*GUM-9 Guide to the expression of uncertainty in measurement—  
Part 9: Statistical models and data analysis for interlaboratory studies

\*GUM-10 Guide to the expression of uncertainty in measurement—  
Part 10: Applications of the least squares method

\*GUM-11 Guide to the expression of uncertainty in measurement—  
Part 11: Bayesian methods

\*GUM-12 Guide to the expression of uncertainty in measurement—  
Part 12: Basic methods for uncertainty propagation

A *mérési eredmény* a mérendő mennyiségnek tulajdonított mennyiségértékek készlete, minden más elérhető alkalmas információval együtt. A mérés eredménye általában egy egyedüli mért mennyiségérték és egy mérési bizonytalanság együtteseként van kifejezve. A *mérési bizonytalanság* nem-negatív paraméter, amely a mérendő mennyiségnek a felhasznált információk alapján tulajdonított mennyiségértékek szóródását jelenti [3]. Mindez azt jelenti, hogy a mérési eredmény megadásához szükséges a mérés bizonytalanságának kifejezése is, amelyhez a GUM-3 ad segítséget. Kiemelkedően fontos, hogy meghatározzuk a mérés bizonytalanságát, ha mérési eredményeket szeretnénk összehasonlítani, ha egy mért értéket vetünk össze a specifikációs határértékekkel (megfelelőségi nyilatkozat közzététele), valamint, ha tudományos elméletek validálása vagy fejlesztése a célunk.

A mérési bizonytalanság többféleképpen is kifejezhető:

- standard, valamint eredő standard mérési bizonytalansággal,
- kiterjesztett mérési bizonytalansággal, megadva a hozzá tartozó  $k$  kiterjesztési tényezőt,
- megbízhatósági tartomány adott megbízhatósági valószínűséggel, vagy
- a mérendő mennyiség leírása valószínűségi sűrűségfüggvénnyel [5].

A mérési bizonytalanság értékelése nem csupán matematikai feladat, hanem a mérendő mennyiség és a mérési folyamat részletes ismeretét igényli. A pontos és megbízható eredmény elérése a szakemberek kritikai elemzésén, megértésén és körültekintésén múlik. Az értékelési módszer kiválasztásakor figyelembe kell venni a rendelkezésre álló információkat, az alkalmazandó feltételezéseket, a szükséges eredménytípust, valamint azt, hogy mennyire támaszkodhatunk a meglévő adatokra. A bizonytalanság kezelése ezért minden esetben egyedi megközelítést igényel. A végső eredmény hasznossága és minősége attól függ, hogy a szakemberek milyen mértékben alkalmazzák tudásukat és tapasztalatukat a mérési folyamat értékelésében [8].

A mérési bizonytalanság kifejezéséhez szükséges, hogy meghatározzuk a mérés modelljét. A mérési modell lehet matematikai vagy algoritmikus, tartalmazza a bemenő mennyiségeket és a kimenő mennyiséget. A mérési modell meghatározásának részletezését a következő fejezetben folytatjuk.

A GUM-3 kétféle módszert kínál a mérési modellben szereplő bemeneti mennyiségek értékeire vonatkozó bizonytalanság értékelésére. „A”-típusú értékelésnek nevezzük a mért mennyiségértékek statisztikai elemzésével nyert értékelését, „B”-típusú értékelésnek az ettől eltérő módon meghatározott bizonytalansági számítást.

A GUM a mérési bizonytalanság kiértékeléséhez alapvetően két módszert ajánl. A hibaterjedési törvény (law of propagation) alapján történő bizonytalanság meghatározást a JCGM GUM-3 [2][4] tartalmazza. A másik módszer a Monte-Carlo módszerrel történő bizonytalanság értékelés [5], amelynek útmutatóját 2008-ban adták ki.

A JCGM GUM-3 szerinti bizonytalanság meghatározás egy egyszerűsített megközelítés. Ez a módszer a bemeneti mennyiségek becsléseit és a hozzájuk tartozó standard

bizonytalanságokat, valamint a mérési modell linearizált formáját veszi alapul, hogy megkapja a kimeneti mennyiség, a mérendő mennyiség becslését és standard bizonytalanságát. Ez a módszer elsősorban a jól jellemzett fizikai mennyiségek mérésére alkalmas.

A másik, szélesebb körben alkalmazható értékelési módszer (GUM-7) az eloszlások terjedésének alkalmazása, amelyet gyakran Monte Carlo-módszerrel valósítanak meg [5]. Ez a módszer ahelyett, hogy a bemeneti mennyiségek becsléseit és standard bizonytalanságait venné, a bemeneti mennyiségekhez rendelt valószínűségi sűrűségfüggvényeket veszi bemenetként. Egy mérési modell segítségével a mérendő mennyiség valószínűségi sűrűségfüggvényének közelítését kapjuk meg, amelyből kiszámítható a becslés, a standard bizonytalanság és a mérendő mennyiségre vonatkozó adott valószínűséghez tartozó megbízhatósági intervallum.

Az eddig említett két módszer [2][5] egy kimeneti mennyiség esetén alkalmazható. A GUM-8 [6] útmutató a mérési bizonytalanság értékelésének elveit kiterjeszti a többváltozós modellekre, ahol több kimeneti mennyiség függ a bemeneti mennyiségek közös halmazától. A bizonytalanság terjedésére a Monte Carlo-módszert alkalmazza, amely véletlenszerű mintavételt használ a kimeneti mennyiségek varianciáinak és kovarianciáinak hatékony értékelésére. A GUM-8 a többváltozós modellek esetében bevezeti a megbízhatósági régió fogalmát is, amely egy kimenettel rendelkező modellek esetében használt megbízhatósági intervallummal, és amely meghatározza azt a régiót, amelyen belül a kimeneti mennyiségek valódi értékei várhatóan fekszenek.

#### 4 A MÉRÉSI MODELL ÉS KIDOLGOZÁSA

A mérési modell a kimeneti mennyiségek és a mérésre hatással bíró bemeneti mennyiségek közötti kapcsolatot jelenti [7]. A modellek segítenek a mérés kvantitatív megértésében és javításában, lehetővé téve a bemeneti mennyiségek értékeinek megadását a kimeneti mennyiségekhez. Emellett a modellek segítik a bizonytalanságok terjedésének nyomon követését is, és megmutatják a főbb bizonytalansági forrásokat. A mérési modellek lehetnek elméleti, empirikus vagy hibrid típusúak, és egy vagy több kimeneti mennyiséget is tartalmazhatnak. A megfelelő modell kiválasztása kulcsfontosságú a megbízható eredmények eléréséhez, figyelembe véve a modell paraméterezésének és numerikus viselkedésének hatását is.

A mérés modellje tehát a következőképpen alakul:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

ahol  $Y$  a kimeneti mennyiség,  $X_i$  ( $i=1\dots N$ ) az  $i$ -edik bemeneti mennyiség. Az  $f$  függvény minden olyan mennyiséget tartalmaz, beleértve a korrekciós tagokat és tényezőket is, amelyek számottevő mértékben hozzájárulhatnak a mérés bizonytalanságához.

A mérési modell kidolgozása során a következő lépéseket kell megtenni [6]:

1. Válasszuk ki és specifikáljuk a mérendő mennyiséget!
2. Modellezzük a mérési elvet, válasszunk megfelelő matematikai kifejezést!
3. Azonosítsuk a mérésre hatással lévő tényezőket!
4. Bővítsük ki a mérési modellt a szükséges hatásokkal!
5. Értékeljük a modell megfelelőségét!

##### 4.1 Mérendő mennyiség specifikálása

A megcélzott mérési bizonytalanság mértékének meghatározásával kezdődik a mérési modell meghatározása. A mintavétellel kapcsolatos bizonytalanságok, mint például a vízminőség vizsgálata, gondos mintavételi tervet igényelnek. Fontos, hogy a mérési eredmények csak adott körülmények mellett, például a hőmérséklet és más környezeti tényezők figyelembevételével érvényesek. Amennyiben ezek a körülmények megváltoznak, az eredmények átszámítása szükséges, mint például hossz mérés esetén, ahol a hőmérséklet változásának lineáris hőtágulása is számít. Különböző modellek segíthetnek az azonos mérendő mennyiség meghatározásában, akár azonos mérési elv mellett is. Fontos azonban megjegyezni, hogy a mérési modellek nem mindig teljes körűek; csupán azokat a tényezőket veszik figyelembe, amelyek jelenlegi tudásunk szerint lényegesek.

##### 4.2 Mérési elv modellezése, matematikai kifejezés választása

A mérési elv lehetővé teszi egy alapmodell felállítását, amely gyakran egy tudományos törvényen vagy ilyen törvények kombinációján alapul. Az elméleti mérési modellek tudományos elméleten alapulnak, az empirikus modellek gyakran statisztikai modellek. Vannak hibrid és differenciálegyenleteken alapuló modellek is. A mérés matematikai alakja szerint lineáris, nem lineáris, egyváltozós vagy többváltozós, implicit vagy explicit.

A mérés matematikai leírásának elvégzése során a célunk egy megbízható elméleti alak kialakítása. Ehhez célszerű fizikai törvényszerűségeket és alapelveket felhasználni, amelyek segítenek a mérési modell pontos meghatározásában. Fontos figyelembe venni a megcélzott mérési bizonytalanságot, mivel ez meghatározza, hogy milyen tényezőket kell figyelembe venni a közelítésnél. A modell egyszerűsége kulcsfontosságú, ugyanakkor többlépcsős mérési modellek alkalmazása is indokolt lehet, különösen, ha a mérési tartomány helyes lefedésére van szükség.

Esetenként érdemes több mérési modellt is használni, hogy szélesebb spektrumot fedjünk le. A mérési bizonytalanság forrásait is lényeges feltérképezni, mivel ezek befolyásolják az eredmények megbízhatóságát. A bemeneti változók kiválasztása során fontos, hogy csak a szignifikáns tényezőket vegyük figyelembe, ezzel csökkentve a bonyolultságot. A statisztikai modellek alkalmazása lehetővé teszi a mérési adatok pontosabb elemzését, miközben figyelembe kell venni a numerikus pontosságot és a számítási precizitást is.

#### 4.3 Mérésre hatással lévő tényezők azonosítása

A mérési elvet leíró alapmodell ideális körülmények között érvényes. Ezt a modellt általában ki kell terjeszteni a mérés gyakorlati végrehajtása során fellépő hatások lefedésére. Ezeket a hatásokat azonosítani kell, és figyelembe kell venni a modellbe való bevonás céljából, hogy a célnak megfelelő mérési modellt kapjunk.

A mérésre hatással lévő tényezők:

- A mérendő mennyiség meghatározásának megvalósítása
- A mérés modellezésének feltételei, közelítései
- Mérés körülményei
- Külső hatások (pl. környezeti)
- Mérési rendszer driftje
- Etalonok és tanúsított anyagminták (CRM)
- Vizsgálandó tárgyak, anyagok inhomogenitása, instabilitása
- Mintavételezés
- Minta előkészítés
- Kalibrálás
- Analóg vagy digitális mérőeszköz leolvasása
- Rendszer felbontása
- Nullapont beállítás
- Észlelések közötti ingadozások, korrelációk.

A mérési eljárás során sok tényezőt adott határértékek között kell tartani (pl. hőmérséklet). Alapelveként ezeket a tényezőket bele kell venni a modellbe.

#### 4.4 Mérési modell kibővítése

Az alapmodell továbbfejlesztésének célja, hogy kiegészítse azt egy olyan mérési modellé, amely magában foglalja a mérési eredményt befolyásoló összes mennyiséget és hatást. Két fontos döntést kell hozni, amikor egy hatást beillesztünk a modellbe: a) a hatást az alapmodellben egy bemeneti mennyiség megfigyelt értékeire gyakorolt hatásként vagy a kimeneti mennyiség megfigyelt értékeire gyakorolt hatásként modellezzük-e, és b) a hatás elég jól leírható-e ahhoz, hogy korrekciót lehessen rá alkalmazni.

#### 4.5 Modell megfelelőségének értékelése

Egy mérési modell akkor megfelelő, ha a mérőeszköznek a modell segítségével kapott becslése korrigálva van az összes ismert hatásra, és a kapcsolódó bizonytalanság tükrözi az összes olyan tényezőt, amely észszerűen befolyásolhatja a becslést. A mérési modellnek továbbá képesnek kell lennie arra, hogy megadja a becsléseket és a kapcsolódó bizonytalanságokat.

A mérési modell kimenetének kísérleti értékelésére különböző módszerek léteznek, például

- laboratóriumok közötti összehasonlításban való részvétel és a mérési modellből származó becslés és bizonytalanság felhasználása a teljesítmény-értékelésben,
- tanúsított anyagminta (CRM) vagy referencia-módszer használata a mérési eljárás teljesítményének értékelésére,
- a mérési modell kimenetének összehasonlítása irodalmi vagy referenciaadatokkal.

A mért és a referenciaértékek közötti, a megfelelő bizonytalanságokon belüli egyezés kimutatásával alátámasztjuk a modell megfelelőségét.

### 5 ESETANULMÁNY MÉRÉSI MODELL KIDOLGOZÁSÁRA

Vegyünk egy egyszerű példát, amelyen keresztül be tudom mutatni, hogyan lehet a mérési modellt elkészíteni. Minden mérés esetén lehetséges mérési modell kialakítása, és mivel a körülmények nagyon erősen befolyásolják a mérés eredményét, ezért fontos a mérés és annak körülményeinek részletes meghatározása. A mérési modell nem általánosságban érvényes az adott mérés bizonytalanságának a feltérképezésére, hanem csakis adott körülmények között.

#### 5.1 Mérés leírása, mérendő mennyiség specifikálása

Egy fém henger (10 mm névleges magasság, 5 mm névleges átmérő) térfogatát szeretném meghatározni laboratóriumi körülmények között 20 °C-ra vetítve. A mérést egy hosszmerés-technikai laboratóriumban, gránitasztalon végzem. A környezeti hőmérséklet 20 °C ± 1,5 °C, a páratartalom 40% és 60% közötti. A méréshez két mérőeszközt használok. A henger magasságát 0,01 mm felbontású digitális tolmérővel mérem meg, a henger átmérőjét pedig 0,001 mm felbontású digitális mikrométerrel. A mérés előtt a vizsgálandó hengert és a mérőeszközöket a laboratóriumban temperálok fém lapon 2 órán keresztül.

#### 5.2 Mérési alapmodell

A henger térfogatának ( $V$ ) a meghatározása a henger magasságából ( $m$ ) és a henger átmérőjéből ( $d$ ) a következőképpen alakul (matematikai összefüggések alapján):

$$V = \frac{d^2\pi}{4} \cdot m$$

#### 5.3 Mérésre hatással lévő tényezők

A mérendő mennyiség meghatározása során kétféle mérőeszközt és mérési eljárást alkalmazunk.

- átmérő ( $d$ ) mérése során
  - mikrométerrel történő ismételt mérések hatása ( $I_{sm}$ ) – a mért értékben ( $d_{mért}$ ) jelenik meg
  - mikrométer véges felbontásából eredő hatás ( $Res$ )
  - a hőmérséklet okozta bizonytalanság ( $T$ )
  - mikrométer torzításából eredő hatás (kalibrálás) ( $Cal$ )
  - mikrométer driftjéből eredő hatás ( $Drift$ )
  - a henger körköröségének hibájából eredő hatás (pl. ovalitási hiba miatt) ( $Kör$ )
- magasság ( $m$ ) mérése során
  - tolmérővel történő ismételt mérések hatása ( $I_{sm}$ ) – a mért értékben ( $m_{mért}$ ) jelenik meg
  - tolmérő véges felbontásából eredő hatás ( $Res$ )
  - tolmérővel történő nem megfelelő befogás hatása ( $Bef$ )
  - a hőmérséklet okozta bizonytalanság ( $T$ )

- tolómérő torzításából eredő hatás (kalibrálás) (*Cal*)
- tolómérő driftjéből eredő hatás (*Drift*)
- a henger két zárósíkjának párhuzamosságtól való eltérése okozta hatás (*Párh*)
- térfogat (*V*) meghatározása során
  - páratartalom hatása (*PT*)
  - kerekítésből, számításból eredő hatás (*Kerek*)

#### 5.4 Mérési modell kibővítése

Az eredeti alapmodell:

$$V = \frac{d^2\pi}{4} \cdot m$$

A kibővített, mérési modell az alapmodellből származik. Az egyes hatásokat, amelyeket az 5.3 fejezetben meghatároztunk, be kell illeszteni az alapmodellbe. Ennek módja, hogy minden egyes tagot egy  $\delta$ -val jelölt tagként vesszünk figyelembe, és a mérési modellben ezek is egy-egy bemeneti mennyiséggé válnak. A mérési modellben az indexek az előző alfejezet adott hatására utalnak (pl.  $\delta d_T$ : az átmérő mérési során a hőmérséklet általi korrekciót jelenti).

$$V = \frac{(d_{\text{mért}} + \delta d_{\text{Res}} + \delta d_T + \delta d_{\text{Cal}} + \delta d_{\text{Drift}} + \delta d_{\text{Kör}})^2}{4} \cdot (m_{\text{mért}} + \delta m_{\text{Res}} + \delta m_{\text{Bef}} + \delta d_T + \delta d_{\text{Cal}} + \delta d_{\text{Drift}} + \delta d_{\text{Párh}}) + \delta V_{\text{PT}} + \delta V_{\text{Kerek}}$$

A mérési modell általános alakja, amelyből a mérési bizonytalanságot meg lehet határozni a GUM-3 alapján:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

Ebben a konkrét esetben azt jelenti, hogy a kimeneti változó,  $Y$  a térfogat ( $V$ ), és összesen  $N=15$  különféle bemeneti változót azonosítottunk ( $X_1 = d_{\text{mért}}$ ;  $X_2 = \delta d_{\text{Res}}$ ;  $X_3 = \delta d_T$ ; ...,  $X_{15} = \delta V_{\text{Kerek}}$ ).

A kidolgozott mérési modell alapján el lehet készíteni a bizonytalanság-jegyzéket (bűdzsét), amellyel meghatározhatjuk a mérés eredményét, beleértve a kiszámított kiterjesztett mérési bizonytalanság értékét.

## 6 ÖSSZEGZÉS

A metrológia fejlődése szorosan összefonódik az emberi civilizáció kereskedelmi és tudományos igényeivel, hiszen a megbízható mérések alapvetők a minőségellenőrzés és az összehasonlíthatóság szempontjából. A mérések pontossága és bizonytalansága nemcsak a tudományos kutatásban, hanem a mindennapi ipari alkalmazásokban is kiemelkedő jelentőséggel bír. Az új metrológiai irányelvek, mint például a VIM4 és a GUM sorozat, modernizálják a mérési gyakorlatokat, lehetővé téve a digitális technológiák integrálását is a mérési folyamatokba. A megfelelő mérési modellek kialakítása és a bizonytalanságok pontos kezelése elengedhetetlen a megbízható és reprodukálható eredmények eléréséhez. Összességében a metrológiai eljárások folyamatos fejlesztése és a mérési eredmények

értékelésének standardizálása kulcsszerepet játszik a tudományos és ipari szféra hatékonyságának növelésében.

## KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Szeretném kifejezni hálámat Paulik Szabinának a kézirat alapos és építő jellegű kritikai véleményezéséért.

## IRODALOMJEGYZÉK

- [1] BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, and OIML (2012). International vocabulary of metrology — Basic and general concepts and associated terms (VIM). Joint Committee for Guides in Metrology, JCGM 200:2012. (3<sup>rd</sup> edition).
- [2] JCGM GUM-3: IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, and OIML (2008). Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement. Joint Committee for Guides in Metrology, JCGM 100:2008.
- [3] VIM3 Nemzetközi Metrológiai Értelmező Szótár – Alapvető fogalmak, kapcsolódó szakkifejezések (2018)
- [4] ISO/IEC Guide 98 (1995) A Guide to Expression of Uncertainty in Measurement, Switzerland
- [5] JCGM GUM-7: BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, and OIML. Evaluation of measurement data — Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” — Propagation of distributions using a Monte Carlo method. Joint Committee for Guides in Metrology, JCGM 101:2008.
- [6] JCGM GUM-8: BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, and OIML. Evaluation of measurement data — Supplement 2 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” — Extension to any number of output quantities. Joint Committee for Guides in Metrology, JCGM 102:2011.
- [7] JCGM GUM-6: BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, and OIML. Guide to the expression of uncertainty in measurement — Part 6: Developing and using measurement models. Joint Committee for Guides in Metrology, JCGM GUM-6:2020.
- [8] JCGM GUM-1: BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, and OIML. Guide to the expression of uncertainty in measurement — Part 1: Introduction. Joint Committee for Guides in Metrology, JCGM GUM-1:2023.